

T-Kurs Mathematik

Aufgabe 1:

1.1: Berechnen Sie explizit die gesuchten Darstellungen:

$$(3\,503)_{10} = (?)_{16}$$

$$(1\,010\,011)_2 = (?)_8$$

1.2: Berechnen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen

$$13\,283 \text{ und } 13\,061.$$

Fertigen Sie eine Tabelle mit allen Zwischenwerten an !

1.3: Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$n \in \mathbb{N}_0; \text{ Jede } n\text{-elementige Menge besitzt } 2^n \text{ Teilmengen.}$$

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Funktionenschar $f_t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f_t(x) = t \times (x - t)^2 \times e^{-(x-t)^2}$$

2.1: Diskutieren Sie die Funktionen in Abhängigkeit vom Scharparameter $t \in \mathbb{R}$ (1., 2. und 3. Ableitung, Nullstellen von f , f' , f'' , Extremwerte, Wendepunkte) und zeichnen Sie den Graphen G_{f_t} für den Parameter $t = 5$ in ein Koordinatensystem! $[-2 \leq x \leq +10]$

2.2: Berechnen Sie die Gleichungen der beiden (parallelen) Geraden g_1 und g_2 , auf denen für $t > 0$ alle Hochpunkte und für $t < 0$ alle Tiefpunkte der Funktionenschar liegen!

Aufgabe 3:

Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion $f_{a,b,c} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f_{a,b,c} = \begin{cases} a \cdot x^2 + b \cdot x + c & \text{für } x < -1 \\ 0 & \text{für } x = -1 \\ x^3 - x & \text{für } x > -1 \end{cases}$$

Bestimmen Sie die reellen Zahlen a, b und c, so daß

- (1) $f_{a,b,c}$ an der Stelle $x_0 = -1$ stetig ist,
- (2) $f_{a,b,c}$ an der Stelle $x_0 = -1$ differenzierbar ist und
- (3) $f_{a,b,c}$ eine Nullstelle an der Stelle $x_1 = -2$ hat !

Aufgabe 4:

Gegeben sind die folgenden Funktionen:

- 1.) $f_1(x) = x \times |x|$
- 2.) $f_2(x) = x \cdot \sqrt{1 + x^2}$
- 3.) $f_3(x) = e^x - e^{-x}$

4.1: Beweisen Sie: f_1 , f_2 und f_3 sind umkehrbar!

4.2: Bestimmen Sie für eine der drei Funktionen den Funktionsterm der Umkehrfunktion [f_1^{-1} oder f_2^{-1} oder f_3^{-1}] !

Aufgabe 5:

Im affinen Raum $\mathbb{R}^3$ sind der Punkt $P (6 \frac{1}{2} \ 0 \frac{1}{2} \ 8)$ und die Ebene

$$e_1: \quad 6 \times x - 6 \times y + 3 \times z - 9 = 0$$

gegeben.

5.1: Geben Sie eine Gleichung der Ebene e_2 an, die den Punkt P enthält und parallel zur Ebene e_1 ist!

5.2: Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, die auf der Ebene e_1 senkrecht steht und durch den Punkt P geht!

5.3: Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Geraden g mit der Ebene e_1 !

5.4: Berechnen Sie den Abstand d zwischen den Punkten P und S !